



Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”

Etapa județeană

08 martie 2025

Clasa a X –a – Secțiunea H1 – Filieră tehnologică

Subiectul 1

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x + x$.

- a) Demonstrați că $n = f(3 \log_2 5) - f(\log_2 500)$ este un număr întreg.
- b) Să se arate ca funcția f este injectivă.
- c) Rezolvați în mulțimea $(0, \pi)$ ecuația $2^{\sin^2 x} - 2^{\cos^2 x} = \cos 2x$.

Subiectul 2

Fie ecuația $(1 + i)x^2 - 2mx + m - i = 0, m \in \mathbb{R}$.

- a) Pentru $m = 1$ rezolvați ecuația în mulțimea numerelor complexe.
- a) Pentru $m = -1$, arătați că numărul $\frac{1}{x_1^2 + x_1 - 2} + \frac{1}{x_2^2 + x_2 - 2}$ este real, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației.
- b) Determinați numerele reale m pentru care ecuația are o rădăcină reală.

Subiectul 3.

- a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt{7+x} = 2$.
- b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația
$$4(x-3)^{\log_6(x^2+11)} + 2(x^2+11)^{\log_6(x-3)} = 6(x-3)^2.$$
- c) Determinați domeniul maxim de definiție al funcției
$$f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_{0,01-x}(lg^2 x^2 + 12lg x + 8)$$

Subiectul 4.

Andrei și Bogdan locuiesc pe aceeași stradă (liniară) în casele A și B de afixe

$$z_A = 1 - i \text{ și } z_B = -1 + i.$$

- a) Determinați distanța dintre cele două case.
- b) Cezar și Dan vor să-și construiască câte o casă C și D de o parte și de alta a străzii AB astfel încât cele patru case să fie vârfurile unui romb cu latura egală cu distanța dintre casele lui Andrei și Bogdan. Determinați afixele punctelor C și D.
- c) Determinați numărul real m știind că Marian are un magazin M de afix
$$z_M = 5 + mi$$
 pe strada pe care locuiesc Andrei și Bogdan astfel încât casa lui Andrei să fie între casa lui Bogdan și magazin (M-A-B coliniare).

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.